

非线性分布参数系统状态估计的最佳测量位置*

刘良宏 周兴贵 袁渭康

(华东理工大学, 国家重点化学工程联合实验室, 上海 200237)

摘 要 研究了分布参数系统状态估计中特有的最佳测量位置问题。建立了基于后集中方法的分布参数系统的非线性状态估计器, 包括状态估计偏微分方程和微分灵敏度矩阵偏微分方程, 并用适当的数值计算方法实现状态估计器的求解; 以一个最小化的空间域上积分函数表达最佳测量位置的目标函数, 并相应地用非线性约束优化方法求解系统具有一个或多个测量时的最佳测量位置, 还以壁冷式单管固定床反应器为例, 讨论了各种因素对最佳测量位置的影响及其灵敏度, 并得出了一些有普遍意义的结论。

关键词 非线性分布参数系统 状态估计 后集中 最佳测量位置 微分灵敏度矩阵

引言

状态估计是非线性分布参数系统控制中一个十分重要的问题。在分布参数系统中, 状态在空间具有无穷维自由度, 而测量通常只是在空间离散的有限几个点并且受到噪声的污染。同时, 系统模型往往不很精确, 并且过程本身还受到各种未知扰动。因此, 如果直接把测量值用于反馈控制, 那么往往不能导致可接受的控制系统品质。必须利用状态估计, 即利用有限的测量值来估计出系统中真实的状态分布(即使某些变量不是直接可测的), 以提高系统的控制品质^[1]。

由于分布参数系统状态在空间的分布特性, 测量位置具有无穷的自由度, 因此测量位置的选择(如固定床反应器中, 热电偶在床层轴向的安放位置)具有重要的意义, 它对状态估计的精度有很大的影响。在相同测量点个数的条件下, 在最佳测量位置 OSL (Optimal Sensor Location) 测量意味着可得到系统的最佳状态估计。

分布参数系统状态估计方法可分为 2 类: 一类是基于先集中法的状态估计, 另一类是基于后集中法的状态估计。先集中化方法直接把分布参数系统离散成集中参数系统, 得到的常微分方程比后集中处理得到的偏微分方程简化了许多, 不仅在计算机上实施方便, 也易于实时求解, 计算负担大大减轻。但是, 先集中化方法有一个严重的缺点, 即忽略了分布参数系统特有的空间相关性, 因而会影响状态估计器的收敛性能。后集中化方法考虑了状态变量的空间相关性, 其收敛速度比先集中法更快, 估计结果也更接近于真实值, 因此大大提高了状态估计器的性能^[2]。

尽管关于分布参数系统(包括固定床反应器的最佳测量位置)已有一些讨论, 但是这些文献^[3-5]都集中在线性或线性化的系统, 并且都采用了先集中化方法。虽然后集中法数学处理

1995-04-21 收到初稿, 1995-09-06 收到修改稿。

联系人: 袁渭康 第一作者: 刘良宏, 男, 25 岁, 硕士

* 国家自然科学基金资助项目

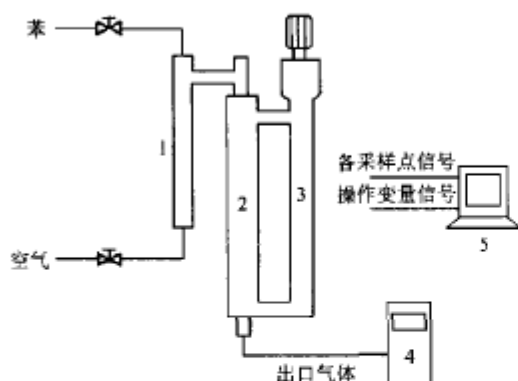


图 1 反应器流程示意图

Fig.1 Schematic of the reactor

1—预热器;2—反应器;3—熔盐循环管;
4—四极质谱;5—计算机数据采集系统

复杂,对理论和计算机要求也较高,但后集中法具有明显而严格的物理意义.本文将采用后集中方法研究状态估计的最佳测量位置问题.

1 实验

固定床反应器是典型的非线性分布参数系统.本文以国家重点反应工程实验室的多功能单管壁冷式固定床反应器为例(见图1),讨论分布参数系统状态估计的最佳测量位置.所采用的实验工作系统为苯氧化制顺酐.空气由质量流量计计量,预热后与由微量泵计量的苯混合进入反应器.反应管内为高度2m的工业 V_2O_5 催化剂床层,管外有夹套供熔盐循环以移走反应热.床层中心共安放了10根热电偶

测量反应器温度分布,并由计算机实时采集.出口气体浓度由快速过程分析仪[四极质谱(Quester, Extrel, U.S.A.)]在线分析.反应器装置的所有操作参数均由计算机测定和控制.

2 最佳测量位置

状态估计包括3个要素,1是模型方程,2是测量结构,3是模型及测量的噪声,即过程噪声.

化工过程中的分布参数系统,如固定床反应器,其带噪声的动态模型可用如式(1)的偏微分方程一般形式表达.模型的噪声不仅包括了各种存在的扰动,还可以包括由模型不精确引起的偏差.

$$\frac{\partial X}{\partial t} = F[X, X_z, X_{zz}, U, t] + \xi(z, t) \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{边界条件: } z=0, & \quad b_0(X, X_z, U_0, t) + \xi_0(t) = 0 \\ z=1, & \quad b_1(X, X_z, U_1, t) + \xi_1(t) = 0 \end{aligned}$$

ξ 、 ξ_0 、 ξ_1 分别为模型和边界条件的噪声,满足零平均的统计特性,其协方差矩阵分别为 R 、 R_0 、 R_1 .其测量结构可表示为

$$y = h(X(z_1^*, z_2^*, \dots, z_m^*), t) + \eta(t) \quad (2)$$

η 的协方差矩阵记为 Q .

对于由式(1)和式(2)描述的过程,基于后集中法的系统非线性状态估计方程由式(3)表示.

$$\frac{\partial \hat{X}}{\partial t} = F(\hat{X}, \hat{X}_z, \hat{X}_{zz}, U, t) + G(z, t) \{y(t) - h[\hat{X}(z^*, t)]\} \quad (3)$$

在式(3)中,增益矩阵 $G(z, t)$ 表征了模型和测量在状态估计中的权重.它是各测量点 z_i^* 上微分灵敏度矩阵 $P(z, z', t)$ 的线性函数.

$$G(z, t) = \sum_{i=1}^m P(z, z_i^*, t) \left(\frac{\partial h(\hat{X}(z_i^*, t))}{\partial \hat{X}} \right)^T Q^{-1}(t) \quad (4)$$

微分灵敏度矩阵 P 满足与集中参数系统中 Riccati 方程相似的偏微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(z, z', t)}{\partial t} = & \frac{\partial F}{\partial \hat{X}} P + \frac{\partial F}{\partial \hat{X}_z} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial F}{\partial \hat{X}_{zz}} \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} + P \frac{\partial F^T}{\partial \hat{X}} + \frac{\partial P}{\partial z'} \frac{\partial F^T}{\partial \hat{X}_{z'}} + \frac{\partial^2 P}{\partial z'^2} \frac{\partial F^T}{\partial \hat{X}_{z'z'}} \\ & + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n P(z, z_i^*, t) \frac{\partial [\partial h / \partial \hat{X}(z_i^*, t) Q^{-1}(t)] [y(t) - h(\hat{X})]}{\partial \hat{X}(z_i^*, t)} P(z_j^*, z, t) \\ & + R(z, z', t) \end{aligned} \quad (5)$$

边界条件:

$$\begin{aligned} z = 0; \quad & \frac{\partial \hat{b}_0}{\partial \hat{X}} P + \frac{\partial \hat{b}_0}{\partial \hat{X}_z} \frac{\partial P}{\partial z} + R_0^{-1} \left(\frac{\partial \hat{b}_0}{\partial \hat{X}_z} \right)^{-1} F_{X_{zz}}^T \delta(z) = 0 \\ z = 1; \quad & \frac{\partial \hat{b}_1}{\partial \hat{X}} P + \frac{\partial \hat{b}_1}{\partial \hat{X}_z} \frac{\partial P}{\partial z} - R_1^{-1} \left(\frac{\partial \hat{b}_1}{\partial \hat{X}_z} \right)^{-1} F_{X_{zz}}^T \delta(z-1) = 0 \\ z' = 0; \quad & P \frac{\partial \hat{b}_0^T}{\partial \hat{X}} + \frac{\partial P}{\partial z'} \frac{\partial \hat{b}_0^T}{\partial \hat{X}_{z'}} + \left[R_0^{-1} \left(\frac{\partial \hat{b}_0}{\partial \hat{X}_{z'}} \right)^{-1} F_{X_{zz}}^T \right]^T \delta(z') = 0 \\ z' = 1; \quad & P \frac{\partial \hat{b}_1^T}{\partial \hat{X}} + \frac{\partial P}{\partial z'} \frac{\partial \hat{b}_1^T}{\partial \hat{X}_{z'}} - \left[R_1^{-1} \left(\frac{\partial \hat{b}_1}{\partial \hat{X}_{z'}} \right)^{-1} F_{X_{zz}}^T \right]^T \delta(z'-1) = 0 \end{aligned}$$

上述边界条件中, $R(z, z', t)$ 表示模型误差在空间的相关性, 它满足下列的统计特性.

$$\int_{\Omega} R(z, z, t) R^T(z, z', t) dz = I \delta(z - z') \quad (6)$$

在分布参数系统的状态估计器中, 必须实时求解由式(3)~式(5)组成的偏微分方程. 首先用正交配置法将其离散成常微分方程. 正交配置法是一种十分有效的集中化方法, 能在保证离散精度的情况下显著地减少配置点个数^[6]. 用正交配置法把式(5)转化为常微分方程后, 用通用的 Gear 法进行求解. 通用的 Gear 法在一定的精度要求下, 可以自动变阶、变步长积分, 并且可以选定任意时刻进行输出. 在相同的精度下, 它比常用的 Runge-Kutta 和 Adams 法积分速度更快.

在状态估计中, 由于 P 是过程状态的非线性函数, 必须根据过程状态在线求解. 然而在实际化工过程中, 系统一般总是在某一定态附近操作, 微分灵敏度矩阵偏微分方程中的状态或其导数等可用该定态的额定值计算, 此时 P 就可以预先离线求解. 这种简化方法能显著降低实时计算时间, 所造成的精度损失也很小^[7]. 计算结果表明, 在某一定态操作条件下得到的微分灵敏度矩阵在相当大的操作范围内仍有效, 只有在系统参数有很大变化时(如固定床反应器催化剂严重失活)才需要重新计算微分灵敏度矩阵.

微分灵敏度矩阵 $P(z, z', t)$ 在线性情况下具有严格的估计误差协方差阵意义, 在非线性的情况下亦有类似的性质. $P(z, z', t)$ 不仅与模型及测量噪声有关, 同时还与测量点个数和测量位置有关. 由于系统的分布参数特性, P 在空间亦具有分布特性, 因此要使系统的状态估计在整个空间和时间过程中效果最佳(亦即测量点在最佳测量位置), 必须使方差阵 $P(z, z)$ 在空间和时间域上的积分最小. 如上所述, 实际过程总是在某一定态附近操作, 矩阵 P 随着系统状态趋于定态很快就基本不变. 因此, 相对于系统的整个操作时间, P 的初始不稳定时

间可忽略, 即对于 P 在空间和时间域上积分最小而言, 有无时间项对其最小性无影响. 所以 P 在时间域上的积分可以不予考虑. 取进入拟定态时的 P 为积分项, 最佳测量位置使下列简化的目标函数 $INTP$ 最小.

$$INTP = \int_{\Omega} P(z, z) dz \quad (7)$$

约束条件 微分灵敏度方程(5)

$$0 < z_i^* < 1, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

此时, 最佳测量位置问题转化成一个非线性约束优化问题, 优化自变量即为测量位置 z_i^* ($i = 1, 2, \dots, m$).

本文用可变容差法求解上述的非线性约束优化问题. 可变容差法是一种直接的优化方法, 它只需要计算目标函数值, 并不需要计算目标函数 $INTP$ 关于测量点位置的导数; 而且可变容差法易于处理各种约束条件.

3 固定床反应器 OSL 的仿真和实验结果

测量位置不同, $P(z, z)$ 不同, $INTP$ 亦不同. 图 2 为单个测量点时, $P(z, z)$ 随测量位置的变化; 图 3 为单个测量点时, 不同测量位置的 $INTP$.

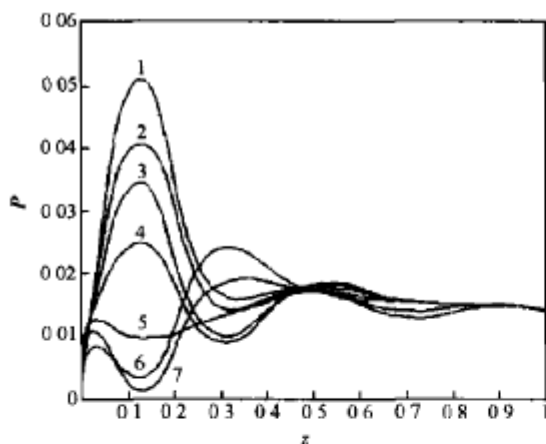


图 2 单个测量点时测量位置 z 对 P 的影响

Fig.2 Effect of measurement location
on P with single sensor
 z_i : 1—0.9; 2—0.7; 3—0.5; 4—0.4;
5—0.3; 6—0.1; 7—0.2

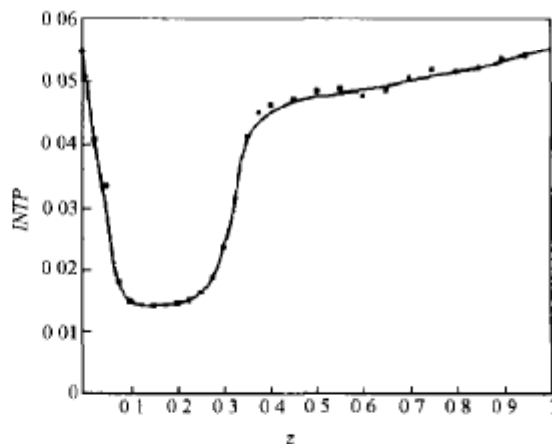


图 3 单个测量点时 $INTP$ 随测量位置的变化

Fig.3 The $INTP$ with measurement location
with single sensor

分布参数系统的最佳测量位置受 3 个因素的影响: (1) 系统噪声, (2) 测量噪声, (3) 过程的动态特性. 这 3 个因素对最佳测量位置的影响程度各不相同. 以固定床反应器为例, 对于一个最佳测量点的灵敏度分析表明:

(1) 系统噪声 R 和测量噪声 Q 对最佳测量位置的影响很小.

(2) 反应器操作条件的改变将影响最佳测量位置, 也就是说, 最佳测量位置主要由系统的动态特性决定, 并且最佳测量位置总是在反应器的热点稍前处.

在有多个测量点的情况下,随着最佳测量点数的增加,INTP 的下降速度减慢.也就是说增加最佳测量点数,状态估计效果并不相应地成比例提高.

系统的状态估计器性能不仅受测量点个数的影响,同时还受测量点位置的影响.在固定床反应器中,最佳测量点的鲁棒性很强,通常 1 个或 2、3 个具有最佳测量位置的测量点或靠近最佳测量位置的测量点(次佳测量点)就能给出足够精度的状态估计结果.如果测量点放置不当,那么根据 3、4 个测量点得出的状态估计可能比仅仅根据一个测量点得到的结果更差.

图 4 为同时存在初始温度估计误差(+15℃)和模型参数偏差(径向传热参数负偏差 20%,主反应动力学常数指前因子正偏差 20%)时,具有 1 个次佳测温点($OSL = 0.13$), $z = 0.15$ (无因次,下同),实验开车阶段动态测量温度(点)与状态估计结果(曲线)的比较.图 5 为同时存在初始温度估计误差(+15℃)和模型参数偏差(径向传热参数负偏差 20%,主反应的指前因子正偏差 20%)时,具有 3 个测温点并且任意选择时, $z = 0.25, 0.3, 0.4$ (皆位于反应器中部而不靠近最佳测量点),实验开车阶段动态测量温度(点)与状态估计结果(曲线)的比较.

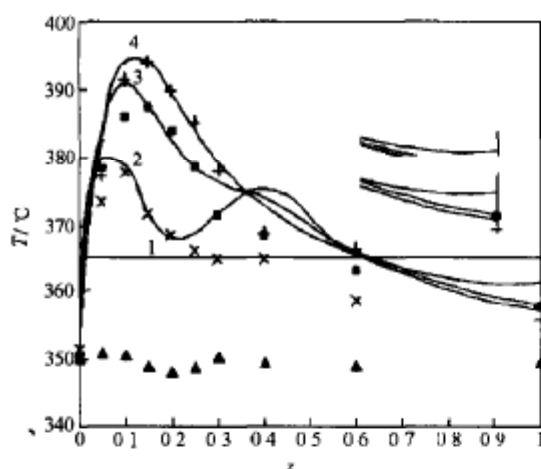


图 4 一个次佳测量点的状态估计

Fig.4 State estimation with one sensor whose measurement location is suboptimal

$t/\text{min}; 1, \blacktriangle-0; 2, \times-1;$
 $3, \blacksquare-2; 4, + -3$

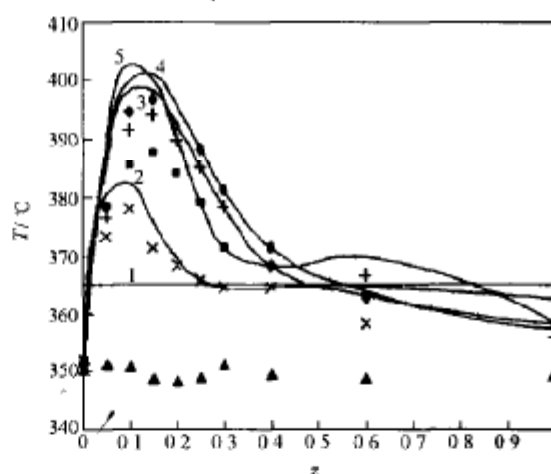


图 5 三个非最佳测量点的状态估计

Fig.5 State estimation with three sensor whose measurement locations are not optimal

$t/\text{min}; 1, \blacktriangle-0; 2, \times-1;$
 $3, \blacksquare-2; 4, + -3; 5, \blacklozenge-4$

4 结论

(1) 建立了基于后集中方法的非线性分布参数系统的状态估计器,并用正交配置法集中得到的偏微分方程,用通用的 Gear 法积分集中后得到的常微分方程.针对微分灵敏度矩阵的意义和实际过程特点,提出了关于最佳测量位置的极小化目标函数,并用可变容差法实现求解一个和多个最佳测量点问题.

(2) 以固定床反应器为非线性分布参数系统的代表,从实验和仿真两方面具体考察了系统各因素对最佳测量位置的影响.系统的最佳测量位置主要由系统本身的动态特性决定,并且最佳测量点的鲁棒性很强,仅具有 1、2 个最佳测量点或次最佳测量点的状态估计器已能

得到满意的估计结果;然而如果测量点任意放置,3、4个测量点所给出的状态估计结果可能还不如一个最佳测量点的结果。

符 号 说 明

b_0 、 b_1 ——边界条件方程	X_z 、 $X_{z'}$ —— X 对 z 及 z' 的一阶导数项
F ——模型方程	X_{zz} 、 $X_{z'z'}$ —— X 对 z 及 z' 的二阶导数项
G ——状态估计增益矩阵	y ——系统状态观测值
h ——测量方程	z ——无因次轴向位置
I ——单位矩阵	z' —— z 对应的无因次虚拟轴向位置
P ——微风灵敏度矩阵	z_i^* ——测量点位置, $i = 1, 2, \dots, m$
Q ——测量噪声协方差阵	η ——测量噪声
R ——模型误差协方差阵	ξ ——模型误差
R_0 、 R_1 ——边界条件噪声协方差阵	ξ_0 、 ξ_1 ——边界条件噪声
t ——无因次系统时间	下角标
T ——反应器床层温度, $^{\circ}\text{C}$	0——边界条件 $z = 0$
U ——系统操作变量	1——边界条件 $z = 1$
X ——系统状态值	i ——第 i 个测量点
$\hat{X}$ ——最佳系统状态估计值	

参 考 文 献

- 1 Ray W H. Advanced Process Control. New York: McGraw-Hill, 1981 282 ~ 286
- 2 Cooper D J, Ramirez W F, Clough D E. AIChE J, 1986, 32(2): 186 ~ 194
- 3 Harris T J, Macgregor J F. AIChE J, 1980, 26(6): 910 ~ 916
- 4 Kumar S, Seinfeld J H. Chem. Engng Sci, 1978, 33: 1507 ~ 1516
- 5 Omato S, Seinfeld J H. IFAC Control of Distributed Parameter System. Los Angeles: Pergamon Press, 1986 215 ~ 220
- 6 Finlayson B A. Nonlinear Analysis in Chemical Engineering. New York: McGraw-Hill, 1980 191 ~ 214
- 7 Windes L C, Cinar A, Rays W H. Chem Engng Sci, 1989, 44(10): 2087 ~ 2106

OPTIMAL SENSOR LOCATION FOR STATE ESTIMATION OF NONLINEAR DISTRIBUTED PARAMETER SYSTEMS

Liu Lianghong, Zhou Xinggui and Yuan Weikang

(UNILAB Research Center of Chemical Reaction Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237)

Abstract Optimal sensor location for the state estimation of distributed parameter systems is studied. First a nonlinear state estimator is developed based on late lumping. The partial differential equations for state estimation and the differential sensitivity matrix are then solved numerically. Optimal sensor locations are obtained by minimizing a integral function over a spacial domain using a nonlinear constraint optimization method. A wall-cooled fixed-bed reactor is used as a working system, and the effects of measurement noise, model parameter errors, and unmeasurable disturbance are studied. Results show that with one or two properly placed temperature sensors, excellent state estimation of the fixed-bed reactor can be achieved.

Keywords nonlinear distributed parameter system, state estimation, late lumping, optimal sensor location, differential sensitivity matrix